Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

Handreichung zu den Bildungsplänen zur Erprobung Teil III

für die Bildungsgänge, die zu einem Berufsabschluss nach Landesrecht und zur allgemeinen Hochschulreife oder zu beruflichen Kenntnissen und zur allgemeinen Hochschulreife führen

Fach Mathematik

Fachbereich Technik

Grundkurs

Ministerium für
Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen

Herausgegeben vom Ministerium für Schule und Weiterbildung
des Landes Nordrhein-Westfalen
Völklinger Straße 49, 40221 Düsseldorf
11/2010

Inhalt Seite

1 Einführung

Die Vorgaben für das Fach Mathematik gelten für folgende Bildungsgänge:

Biologisch-technische Assistentin/AHR Biologisch-technischer Assistent/AHR	APO-BK, Anlage D 7
Chemisch-technische Assistentin/AHR Chemisch-technischer Assistent/AHR	APO-BK, Anlage D 8
Physikalisch-technische Assistentin/AHR Physikalisch-technischer Assistent/AHR	APO-BK, Anlage D 9
Umwelttechnische Assistentin/AHR Umwelttechnischer Assistent/AHR	APO-BK, Anlage D 10
Allgemeine Hochschulreife (Ernährung)	APO-BK, Anlage D 19
Allgemeine Hochschulreife (Biologie, Chemie)	APO-BK, Anlage D 22
Allgemeine Hochschulreife (Chemie, Chemietechnik)	APO-BK, Anlage D 23

Diese Bildungsgänge sind im Fachbereich Technik dem fachlichen Schwerpunkt Naturwissenschaften zugeordnet.

1.1 Vorgaben für den schriftlichen Teil der Berufsabschlussprüfung

Die hier folgenden Ausführungen gelten nur für die Assistentenbildungsgänge gemäß APO-BK Anlage D7, D8 und D9.

Als eine mögliche Aufgabenart kommt eine Situationsaufgabe in Betracht. In jeder Aufgabe sind die drei Anforderungsbereiche zu berücksichtigen. Ferner stehen Teilaufgaben einer Aufgabe in einem sinnvollen inhaltlichen Zusammenhang. Die Teilaufgaben bauen aufeinander auf und sind dennoch unabhängig voneinander lösbar.

Der Prüfungsvorschlag berücksichtigt Inhalte aus mindestens zwei Sachgebieten.

Im Interesse der Eindeutigkeit der mit der Aufgabe verbundenen Leistungsanforderungen orientiert sich die Formulierung der Arbeitsaufträge an den im Lehrplan vorgesehenen Operatoren.

Für die Durchführung der Prüfung hat das Berufskolleg zu gewährleisten, dass die Aufgabenstellungen sowie die Medien, Materialien, Geräte und Hilfsmittel den Prüflingen zur Verfügung stehen. Sofern schülereigene Hilfsmittel erlaubt sind, müssen diese zur Vermeidung eines Täuschungsversuchs überprüft werden.

Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistungen

Die Bewertung der Prüfungsleistung stellt eine kriterienorientierte Entscheidung dar, die gebunden ist an:

– die Vorgaben des Teils III der Bildungspläne (Fachlehrplan)

– die mit Aufgabenart und Aufgabenstellung verbundenen Erwartungen, wie sie in den Prüfungsaufgaben vorgesehen sind.

Die Note „ausreichend“ (5 Punkte) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 46 Prozent) der Gesamtpunktzahl erreicht worden ist. Dazu reichen Leistungen allein im Anforderungsbereich I nicht aus. Oberhalb und unterhalb dieser Schwelle werden die Anteile der erwarteten Gesamtpunktzahl den einzelnen Notenstufen jeweils ungefähr linear zugeordnet, um zu sichern, dass mit der Bewertung die gesamte Breite der Skala ausgeschöpft werden kann. Die Note „gut“ (11 Punkte) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 76 Prozent) der erwarteten Gesamtpunktzahl und auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht worden sind.

Im Einzelnen wird die Note „ausreichend“ erteilt, wenn

- die Aufgabenstellungen im Kern erkannt sowie zentrale Aussagen und Merkmale in Grundzügen erfasst und bearbeitet werden
- grundlegende Fachbegriffe, Arbeitstechniken und Fachmethoden angewandt werden
- die Darstellung erkennbar geordnet und nachvollziehbar ist.

Die Note „gut“ wird erteilt, wenn

- die Aufgabenstellungen in ihrem komplexen Zusammenhang erkannt sowie zentrale Aussagen und wesentliche Merkmale dezidiert erfasst und bearbeitet werden,
- grundlegende Fachbegriffe, Arbeitstechniken und Fachmethoden sicher angewandt werden
- die Darstellung klar, zielgerichtet geordnet, schlüssig und verständlich ist.

1.2 Vorgaben für den mündlichen Teil der Berufsabschlussprüfung („Abweichungsprüfung“)

Die hier folgenden Ausführungen gelten nur für die Assistentenbildungsgänge gemäß APO-BK Anlage D7, D8 und D9.

Die mündliche Prüfung bezieht sich in der Regel schwerpunktmäßig auf eines der vier Halbjahre der Qualifikationsphase, muss aber Sachgebiete mindestens eines anderen Kurshalbjahres aufgreifen.

Die in einer schriftlichen Berufsabschlussprüfung behandelten Inhalte sowie Aufgaben, die in Klausuren gestellt worden sind, können nicht Gegenstand der mündlichen Berufsabschlussprüfung sein.

Besonders geeignet sind Fragestellungen, in denen der Prüfling nachweisen kann, in welchem Umfang er

- Problemstellungen im Kontext des Fachbereichs modellieren kann
- Verständnis für mathematische Denk- und Arbeitsweisen hat
- Einblick in mathematische Problemstellungen und Ergebnisse gewonnen hat
- graphische Darstellungen, Lösungswege und Ergebnisse erläutern und bewerten kann.

Aufgabenstellungen, deren Bearbeitung die Nutzung von Hard- und Software vorsehen, erfordern eventuell eine längere Vorbereitungszeit. Bei Aufgaben dieser Art muss das Berufskolleg bezüglich der Hard- und Software sicherstellen, dass

- bei eventuell auftretenden Funktionsstörungen der Hard- und Software keine Nachteile entstehen
- die Dokumentation der erbrachten Leistung gewährleistet ist
- nur zulässige Informationen zur Verfügung stehen.

Die mündliche Prüfung enthält in der Regel zwei gleichwertige Elemente, den Schülervortrag und das Prüfungsgespräch, durch die einerseits die Fähigkeit zum Vortrag, andererseits die Fähigkeit zur Beteiligung am Prüfungsgespräch überprüft werden.

Schülervortrag

Für den Vortrag wird dem Prüfling eine – zumindest für einen Teil textgestützte/ mediengestützte – Aufgabenstellung schriftlich vorgelegt. Für die Aufbereitung des Textes/Medienproduktes und für die Aufgabenstellung gelten dieselben Kriterien wie für die Texte der schriftlichen Berufsabschlussprüfung.

Die Aufgabenstellungen müssen die drei Anforderungsbereiche umfassen und so angelegt sein, dass es den Prüflingen grundsätzlich möglich ist, jede Notenstufe zu erreichen. Für die Bearbeitung wird eine halbstündige Vorbereitungszeit gewährt. Der Prüfling soll seine Ergebnisse in einem zusammenhängenden Vortrag präsentieren, der – gestützt auf Aufzeichnungen bzw. Medien – frei gehalten wird.

Prüfungsgespräch

Die Prüferin/der Prüfer führt anschließend mit dem Prüfling ein Gespräch, das – ggf. an den Vortrag anknüpfend – größere fachliche Zusammenhänge und andere Sachgebiete erschließt. Das Wiederholen bzw. Aufzeigen etwaiger Lücken des Schülervortrags im ersten Teil ist nicht statthaft. Der geforderte Gesprächscharakter verbietet das zusammenhanglose Abfragen von Kenntnissen bzw. den kurzschrittigen Dialog.

Bewertung der mündlichen Prüfungsleistungen

Spezifische Anforderungen der mündlichen Prüfung sind darüber hinaus:

- die Fähigkeit, in der gegebenen Zeit für die gestellte Aufgabe ein Ergebnis zu finden und dieses in einem Kurzvortrag darzulegen
- sich klar, differenziert und strukturiert auszudrücken
- anhand von Aufzeichnungen frei und zusammenhängend in norm- und fachgerechter Sprache zu reden
- ein themengebundenes Gespräch zu führen
- eigene sach- und problemgerechte Beiträge einzubringen
- sich klar und verständlich zu artikulieren.

Die Anforderungen werden insbesondere erfüllt durch:

- den Vortrag auf der Basis sicherer aufgabenbezogener Kenntnisse
- die Berücksichtigung der Fachsprache
- die Beherrschung fachspezifischer Methoden und Verfahren
- die Wahl der für den Vortrag und das Gespräch angemessenen Darstellungs- und Stilebene
- die Fähigkeit zur Einordnung in größere fachliche Zusammenhänge
- die eigenständige Auseinandersetzung mit Sachverhalten und Problemen
- die begründete eigene Stellungnahme/Beurteilung/Wertung

– die Beherrschung angemessener Argumentationsformen
– die Fähigkeit zur Reaktion auf Fragen und Impulse
– eigene sach- und problemgerechte Beiträge zu weiteren Aspekten.

2 Beispielaufgaben

Die folgenden Beispielaufgaben sind den Sachgebieten des Lehrplans zugeordnet. Diese Aufgaben stellen jeweils Beispiele für den zweiten Teil der Berufsabschlussprüfung dar.

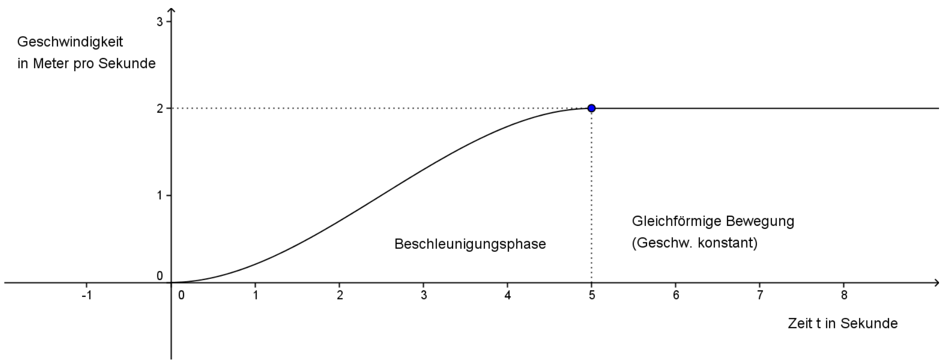
2.1 Beispielaufgaben zur schriftlichen Berufsabschlussprüfung

2.1.1 Analysis (ohne CAS): Hochregallager

Aufgabenstellung

In Hochregallagern werden RBGs (Regal-Bedien-Geräte) zum Warentransport eingesetzt. Bei diesen Fahr- und Hubantrieben werden die Fahrleistungen immer höher, um die Zugriffszeiten zu senken und die Systemleistung zu erhöhen.

Die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen variieren stark mit den Parametern „RBG-Höhe“ und „Nutzlast“. Ein RBG z. B. in einem Kleinteilelager kann aufgrund der wesentlich geringeren Massen Beschleunigungswerte von 3 bis 4 m/s² erreichen.



a. Bestimmen Sie die Geschwindigkeitsfunktion so, dass die Geschwindigkeit in der Beschleunigungsphase knickfrei von 0 m/s auf 2 m/s ansteigt (siehe Abbildung). Wählen Sie dazu eine ganzrationale Funktion kleinsten Grades.

   Lösung zum Weiterrechnen:

   $$v(t) = -\frac{4}{125}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^4}t^3 + \frac{6}{25}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}t^2 \qquad \mathrm{t} \in [0; 5\mathrm{s}]$$

b. Das hier betrachtete RBG soll eine Beschleunigung von 0,6 m/s² nicht überschreiten, weil sonst die Kräfte zu groß werden. Berechnen Sie die maximale Beschleunigung und überprüfen Sie diese Forderung.

c. Brems- und Anfahrwege spielen bei Sicherheitsabschaltungen eine wichtige Rolle. Weisen Sie nach, dass die Länge des Anfahrwegs in den ersten 5 Sekunden 5 Meter beträgt.

Einen etwas kürzeren Bremsweg (von s ≈ 4,34 m) weist der folgende Funktionsterm des Geschwindigkeitsverlaufs auf: (t in s, v im m/s)

$$v(t) = -\frac{19}{3000}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^5}\cdot t^4 + \frac{47}{1500}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^4}\cdot t^3 + \frac{49}{600}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}\cdot t^2 \qquad t \in [0;5s]$$

d. Weisen Sie nach, dass auch bei dieser Modellierung des Anfahrvorgangs der Graph der Geschwindigkeitsfunktion von 0 m/s knickfrei auf 2 m/s ansteigt.

e. Überprüfen Sie, ob nun die vorgeschriebene Beschleunigungsgrenze von 0,6 m/s² überschritten wird.

Erwartete Schülerleistungen

	Anforderungen Der Prüfling …	Anforderungsbereiche
a.	– stellt ein Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten auf und löst dieses. Es gibt vier Bedingungen. Die einheitenbereinigte ganzrationale Funktion dritten Grades lautet: $y = f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ mit $y = \frac{v}{m/s}$ und $x = \frac{t}{s}$ Damit lauten die Bedingungen: $f(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0$ $f'(0) = 0 \Rightarrow a_1 = 0$ $f(5) = 2 \Rightarrow a_3 \cdot 125 + a_2 \cdot 25 = 2$ $f'(5) = 0 \Rightarrow a_3 \cdot 75 + a_2 \cdot 10 = 0$ Die Lösung des LGS lautet: $a_3 = -\frac{4}{125}$ und $a_2 = \frac{6}{25}$ $v(t) = -\frac{4}{125}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^4}t^3 + \frac{6}{25}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}t^2$	I – II
b.	– berechnet die maximale Beschleunigung. Um die maximale Beschleunigung zu berechnen, bestimmt man die Extremstellen von $v'(t) = a(t)$ bzw. die links-rechts-Wendestellen von $v(t)$ Hinreichende Bedingung für l-r-Wendepunkt: $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) < 0.$ $f'(x) = -\frac{12}{125}x^2 + \frac{12}{25}x$ $f''(x) = -\frac{24}{125}x + \frac{12}{25}$ $f'''(x) = -\frac{24}{125}$ damit schon l-r-Wendestelle da < 0	I – II

	Wendestellen: $f''(x)=0 \Rightarrow x=2{,}5$ Maximale Beschleunigung: $a(2{,}5\,\mathrm{s})=0{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ Grenze wird nicht überschritten.	
c.	– weist mit Hilfe der Integralrechnung nach, dass der Anfahrweg 5 m beträgt. $\int_{0s}^{5s} v(t)dt = 5\,\mathrm{m}$	II – III
d.	– weist nach, dass der Graph knickfrei ansteigt. Durch Einsetzen zeigt man: $v(0)=0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};\quad v(5s)=2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};\quad v'(0)=0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2};\quad v'(5s)=0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	I – II
e.	– überprüft, ob die Beschleunigungsgrenze überschritten wird. Dazu bestimmt er die maximale Beschleunigung. Um die maximale Beschleunigung zu berechnen, bestimmt man die Extremstellen von $a(t)=v'(t)$ bzw. die l-r-Wendestellen von $v(t)$. Hinreichende Bedingung für l-r-Wendepunkt: $f''(x)=0 \wedge f'''(x)<0$. $f'(x)=-\frac{19}{750}\cdot x^3+\frac{47}{500}\cdot x^2+\frac{49}{300}\cdot x$ $f''(x)=-\frac{19}{250}\cdot x^2+\frac{47}{250}\cdot x+\frac{49}{300}$ $f'''(x)=-\frac{19}{125}\cdot x+\frac{47}{250}$ Mögliche Wendestellen: $f''(x)=0 \Rightarrow x_1\approx 3{,}15 \wedge x_2\approx -0{,}68$ x_2 nicht im Definitionsbereich. $f'''(x_1)\approx -0{,}29$ An der Stelle x_1 liegt ein l-r-Wendepunkt von $v(t)$ bzw. ein Hochpunkt von $a(t)$ a vor. $a(3{,}15\,\mathrm{s})\approx 0{,}66\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ Die Grenzbeschleunigung wird somit überschritten.	II – III

2.1.2 Lineare Algebra (ohne CAS): Lagerhaltung

Aufgabenstellung

Die Lagerhaltung in einem Hochregallager soll überprüft werden. Zu diesem Zweck wird der Lagerbedarf von zwei Rohstoffen untersucht. Die folgende Tabelle gibt an, wie viele Mengeneinheiten Rohstoffe für eine Mengeneinheit „Zwischenprodukte“ erforderlich sind.

	Zwischenprodukt 1	Zwischenprodukt 2
Rohstoff 1	2	6
Rohstoff 2	10	4

Zur Fertigung der drei Endprodukte wird der Materialbedarf wie folgt beschrieben:

	Endprodukt 1	Endprodukt 2	Endprodukt 3
Zwischenprodukt 1	2	1	1
Zwischenprodukt 2	1	3	1

Es liegt ein Auftrag über 40 Einheiten „Endprodukt 1“, 60 Einheiten „Endprodukt 2“ und 50 Einheiten „Endprodukt 3“ vor.

a. Erläutern Sie die Zusammenhänge und Zusammensetzung von „Rohstoff“, „Zwischenprodukt“, „Endprodukt“ und „Produktionsauftrag“.

b. Leiten Sie eine Beziehung her, mit deren Hilfe Sie die Lagerkapazitäten der beiden Rohstoffe für den Auftrag berechnen können. Entscheiden Sie, ob eine Kapazität von 2000 Einheiten „Rohstoff 1“ und 3000 Einheiten „Rohstoff 2“ für den Auftrag ausreichend sind.

c. Für den Verkauf sollen die Produktkosten ermittelt werden. Folgende Rohstoffkosten und Fertigungskosten sind von Einkauf und Produktion bekannt:

Rohstoff 1	2 €
Rohstoff 2	4 €
Fertigungskosten Zwischenprodukt 1	2 €
Fertigungskosten Zwischenprodukt 2	2 €
Fertigungskosten Endprodukt 1	1 €
Fertigungskosten Endprodukt 2	2 €
Fertigungskosten Endprodukt 3	1 €

Die Fixkosten für Lager- und Produktionshallen betragen 2950 € pro Auftrag. Ermitteln Sie die Gesamtkosten für den Auftrag.

Erwartete Schülerleistung

	Anforderungen Der Prüfling …	Anforderungsbereiche
a.	– erläutert die Zusammenhänge zwischen den gegebenen Tabellen und der Entstehung von Zwischenprodukten und Endprodukten und stellt die erforderlichen Matrizen auf	I – II
b.	– leitet eine Beziehung für die Rohstoffe her, z. B. $\vec{r} = M_{RZ} \cdot M_{ZE} \cdot \vec{a}$ mit M_{RZ} Zwischenproduktmatrix, M_{ZE} Endproduktmatrix und $\vec{a}$ Auftragsvektor. – ermittelt den Rohstoffbedarf mit Hilfe der obigen Beziehung und entscheidet, dass die Lagerkapazitäten für „Rohstoff 1“ und „Rohstoff 2“ knapp ausreichen (2000 Einheiten bzw. 2980 Einheiten).	II – III
c.	– ermittelt den (transponierten) Vektor der variablen Kosten aus den entsprechenden Matrizen und den zugehörigen Kosten zu $\vec{k}_v^T = \begin{pmatrix} 123 & 138 & 77 \end{pmatrix}$€. – ermittelt die Gesamtkosten $\vec{k}_v^T \cdot \vec{a} + 2950$€ zu 20000 €.	II – III

2.2 Beispielaufgaben zur mündlichen Berufsabschlussprüfung („Abweichungsprüfung“)

2.2.1 Analysis (mit CAS): Wetterstation

Aufgabenstellung

Bei einer Wetterstation des Deutschen Wetterdienstes (DWD) sollte an einem Wintertag 24 Stunden lang der Temperaturverlauf aufgezeichnet werden. Leider hat bei der Übertragung des Temperaturverlaufs der x-y-Schreiber versagt. Folgende Werte sind übermittelt worden:

t/h	0	10
T/°C	2	0

Weiter ist bekannt, dass ein lokales Temperaturminimum nach 5h und ein maximaler positiver Temperaturanstieg bei t = 10h lag!

a. Ermitteln Sie eine ganzrationale Funktion T möglichst kleinen Grades, die den Temperaturverlauf relativ genau wiedergibt.

b. Stellen Sie den Temperaturverlauf graphisch dar.

Falls Sie keine Funktion T bestimmen können, wählen Sie:

$$T\ (t) = -\frac{1}{125}\,{}^{\circ}\mathrm{C}/\mathrm{h}^3 \cdot t^3 + \frac{6}{25}\,{}^{\circ}\mathrm{C}/\mathrm{h}^2 \cdot t^2 - \frac{9}{5}\,{}^{\circ}\mathrm{C}/\mathrm{h} \cdot t + 2\,{}^{\circ}\mathrm{C}$$

(Definitionsbereich: $0h \le t \le 24h$; T in °C)

bzw.

$$y = -\frac{1}{125}x^3 + \frac{6}{25}x^2 - \frac{9}{5}x + 2, \text{ wenn } \mathrm{y} = \frac{T}{{}^{\circ}\mathrm{C}} \text{ und } \mathrm{x} = \frac{t}{\mathrm{h}}$$

c. Berechnen Sie Frostphasen und Temperaturspitzen und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse.

d. Widerlegen Sie, dass im Mittel eine positive Temperatur herrschte.

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

Erwartete Schülerleistungen

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>Anforderungen</td><td rowspan="2">Anforde-rungs-bereiche</td></tr>
<tr><td>Der Prüfling …</td></tr>
<tr><td>a.</td><td>

– erläutert aus den gegebenen funktionalen Bedingungen seine Wahl einer ganzrationalen Funktion dritten Grades und präsentiert die mit CAS ermittelten Ergebnisse.

Wetterstation

T:=t->a*t^3+b*t^2+c*t+d

$t \to a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$

a. Funktionsbestimmung:

L:=solve({T(0)=2,T(10)=0,T'(5)=0,T''(10)=0},{a,b,c,d})

$\left\{\left[a = -\frac{1}{125}, b = \frac{6}{25}, c = -\frac{9}{5}, d = 2\right]\right\}$

T(t)|L

$-\frac{t^3}{125} + \frac{6 \cdot t^2}{25} - \frac{t \cdot 9}{5} + 2$

</td><td>I – II</td></tr>
<tr><td>b.</td><td>

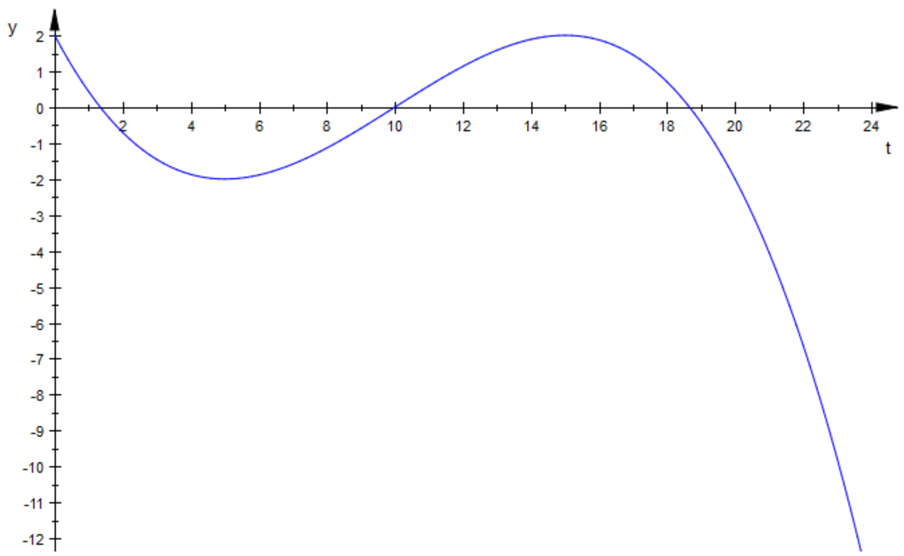
– stellt mittels CAS den Verlauf des Graphen dar.

b. Graph

PT:=plot::Function2d(T|L,t=0..24)

$\text{plot::Function2d}\left(t \to -\frac{t^3}{125} + \frac{6 \cdot t^2}{25} - \frac{9 \cdot t}{5} + 2,\ t = 0..24\right)$

plot(PT)



</td><td>I</td></tr>
</table>

c.	– überträgt die mathematischen Lösungen (Nullstellen, relative Extremstellen und Randextrema) auf das gestellte Problem und interpretiert die Ergebnisse. c. Nullstellen, Extremwerte, Randextrema berechnen und interpretieren f(t):=T(t)|L $-\frac{t^3}{125}+\frac{6\cdot t^2}{25}-\frac{t\cdot 9}{5}+2$ solve(f(t)=0) $\{[t=10], [t=10-\sqrt{3}\cdot 5], [t=5\cdot\sqrt{3}+10]\}$ float(solve(f(t)=0)) $\{[t=18.66025404], [t=10.0], [t=1.339745962]\}$ Frost zwischen t=1,34h und t= 10h und ab t=18,66h f1(t):=T'(t)|L $-\frac{t^2\cdot 3}{125}+\frac{12\cdot t}{25}-\frac{9}{5}$ solve(f1(t)=0) $\{[t=5], [t=15]\}$ f2(t):=T''(t)|L $\frac{12}{25}-\frac{t\cdot 6}{125}$ f2(5):=T''(5)|L $\frac{6}{25}$ Bei 5 relatives MINIMUM! f2(15):=T''(15)|L $-\frac{6}{25}$ Bei 15 relatives MAXIMUM! f(0):=T(0)|L 2 f(5):=T(5)|L -2 f(15):=T(15)|L 2	II – III

	f(24):=T(24)|L $-\frac{1694}{125}$ float(f(24)) -13.552 Randmaximum bei t= 0h ist gleich groß (2°C) wie das relative Maximum bei t=15h Randminimum bei t= 24h ist kleiner (-13,55°C) als das relative Minimum bei t=5h (-2°C)	
d.	– berechnet mittels CAS den Mittelwert und interpretiert das Ergebnis. d. Mittlere Temperatur float((1/24)*int(T(t)|L,t=0..24)) -1.168 Die Aussage ist falsch! Mittlere Temperatur ist negativ (-1,17°C).	II

2.2.2 Analysis (ohne CAS): Fallgeschwindigkeit

Aufgabenstellung

Der Verlauf der Fallgeschwindigkeit eines Körpers wird unter anderem bestimmt durch die Dichte des ihn umgebenden Mediums. Mit hinreichender Genauigkeit lässt sich der Verlauf durch eine Exponentialfunktion annähern.

Exemplarisch wird im Folgenden ein Körper betrachtet, dessen Fallgeschwindigkeit in einer Flüssigkeit nach der Funktion v mit der Vorschrift

$$v(t) = 0{,}2\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-0{,}5\frac{t}{s}}\right)$$

bzw.:

$$y = 0{,}2 \cdot \left(1 - e^{-0{,}5 \cdot x}\right) \text{ wenn } y = \frac{v}{\mathrm{m}/\mathrm{s}} \text{ und } x = \frac{t}{\mathrm{s}}$$

verläuft.

Nach den bekannten Gesetzen der Physik gelten für die folgenden Teilaufgaben die Beziehungen $a(t) = v'(t)$ sowie $v(t) = s'(t)$.

a. Stellen Sie den Graphen der Funktion v im Intervall $\mathrm{t} \in [0;7\mathrm{s}]$ dar.

b. Zeigen Sie, dass es einen Zeitpunkt t_1 gibt mit $v(t_1) = 0{,}15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

c. Berechnen Sie die Beschleunigungen, die der Körper zum Zeitpunkt $t_1 = 0\,s$ und $t_2 = 2{,}77\,s$ erfährt.

d. Zeigen Sie, dass für die Weg-Zeitfunktion s die Funktionsvorschrift

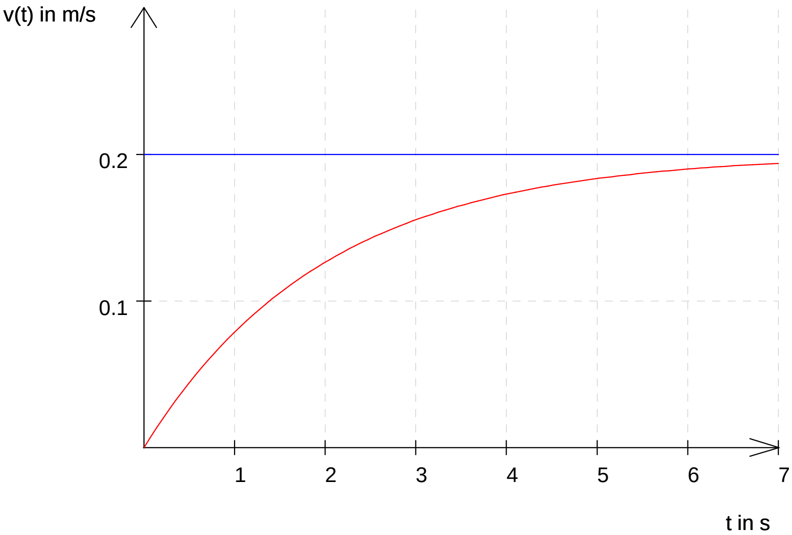
$$s(t) = 0{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t + 0{,}4\,\mathrm{m} \cdot e^{-\frac{0{,}5}{\mathrm{s}} \cdot t}$$

bzw.:

$$y = 0{,}2x + 0{,}4 \cdot e^{-0.5 \cdot x} \text{ wenn } y = \frac{s}{\mathrm{m}} \text{ und } x = \frac{t}{\mathrm{s}}$$

gilt. Ermitteln Sie nun die Strecke, die der Körper zwischen den Zeitpunkten $t_1 = 0\,s$ und $t_2 = 2{,}77\,s$ zurückgelegt hat.

Erwartete Schülerleistungen

	Anforderungen Der Prüfling …	Anforde-rungs-bereiche
a.	– stellt eine Wertetabelle auf und skizziert den Graphen. 	I – II
b.	– stellt die zugehörige Exponentialgleichung im mathematischen Modell auf und ermittelt den Zeitpunkt mit Hilfe der Logarithmen-Gesetze. $$0{,}15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \left(1 - e^{-0{,}5\,\frac{t}{s}}\right) \Rightarrow \quad t_1 \approx 2{,}77s$$	I – II

c.	– ermittelt die Funktionswerte der Ableitungsfunktion nach Anwendung der Kettenregel. $a(t) = v'(t)$ $\Rightarrow \quad a(t) = 0{,}1\frac{m}{s^2} \cdot e^{-\frac{0,5}{s} \cdot t}$ $\Rightarrow \quad a(0s) = 0{,}1\frac{m}{s^2}$ und $a(2{,}77s) = 0{,}025\frac{m}{s^2}$	II
d.	– weist durch Anwendung der Kettenregel nach, dass *s* eine Stammfunktion von *v* ist. $s(t) = 0{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot t + 0{,}4\mathrm{m} \cdot e^{-\frac{0,5}{s} \cdot t}$ $v(t) = \frac{ds}{dt}$ $\Rightarrow v(t) = 0{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + \left(-\frac{0,5}{s}\right) \cdot 0{,}4\mathrm{m} \cdot e^{-\frac{0,5}{s} \cdot t}$ $\Rightarrow \quad v(t) = 0{,}2\frac{m}{s} \cdot \left(1 - e^{-\frac{0,5}{s} \cdot t}\right)$ – und ermittelt damit den zurückgelegten Weg. $\int_{t_1}^{t_2} v(t)\ dt = s(t_1) - s(t_2) = s(2{,}77s) - s(0s) \approx 0{,}254m$	II – III

2.2.3 Lineare Algebra (Matrizenrechnung ohne/mit CAS): Epidemie

Hinweis: Die folgende Aufgabe enthält für eine mündliche Prüfung zu viele Aufgabenteile. Der Prüfer kann Teilaufgaben auswählen. Als „Gerüst“ sollte die Aufgabe die Teile a, d und e enthalten. Je nach Auswahl der weiteren Aufgabenteile ist sie sowohl mit als auch ohne CAS zu bearbeiten.

Aufgabenstellung

In einer Kleinstadt grassiert eine mehrere Tage andauernde Infektion. Sie verläuft (zunächst) in keinem Fall tödlich. Wenn man sie überstanden hat, ist man dagegen immun.

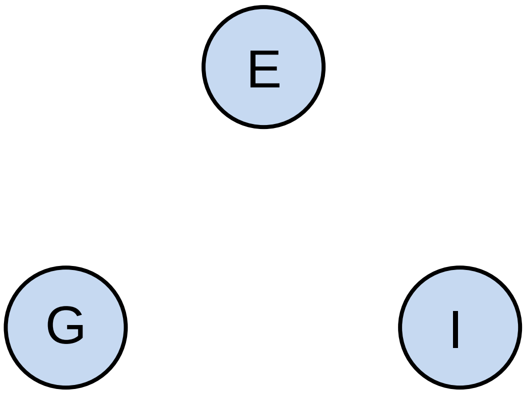
Am Anfang sind 100 Einwohner erkrankt (E), 100 Einwohner sind dagegen immun (I) und 800 Einwohner sind zwar gesund, aber gefährdet (G).

Die Übergangsmatrix zeigt, wie sich die Anteile der Zustände E, I und G von Tag zu Tag ändern.

$$M = \begin{array}{c} {\scriptstyle an} \, ^{\scriptstyle von} \\ G \\ E \\ I \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} G & E & I \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0 & 0 \\ x & y & z \\ 0 & 0{,}4 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Einstieg in das Modell

a. (ohne CAS)
Skizzieren Sie den Gozintographen mit den fehlenden Übergangswahrscheinlichkeiten x, y und z und erläutern Sie, warum die „Nullen“ in der Matrix sinnvolle Annahmen sind!



Ein Blick in die Zukunft

b. (ohne CAS)
Berechnen Sie die Anzahl der erkrankten, gefährdeten und immunen Personen nach einem Tag.

(Alternativ mit CAS)
Berechnen Sie die Anzahl der erkrankten, gefährdeten und immunen Personen nach einem und nach zehn Tagen.

c. (ohne CAS)
Beschreiben Sie – ohne weitere Rechnungen – wie sich die Anzahl der immunen Personen (I) zeitlich entwickeln wird.

d. (ohne/mit CAS)
Berechnen Sie die stabile Populationsverteilung auf die einzelnen Zustände der Einwohner und interpretieren Sie das Ergebnis.

Erweiterung des Modells

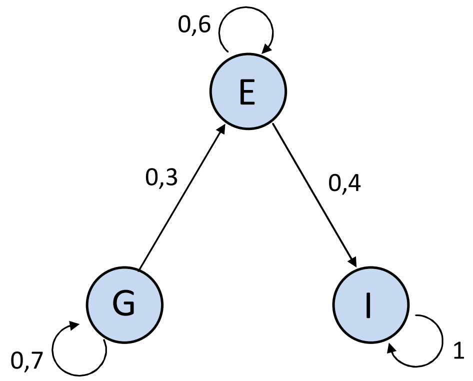
Als vierter und fünfter Zustand sollen nun der „Todesfall“ (T) und die „Zuwanderung“ (Z) hinzukommen.

e. (ohne CAS)
Entwickeln Sie eine sinnvolle Verflechtung der fünf Zustände und erläutern Sie diese.

f. (mit CAS)
Berechnen Sie, wie sich die Anzahl der immunen Personen (I) in den nächsten 10 Tagen entwickelt und stellen Sie das Ergebnis in einem Koordinatensystem dar.

g. (mit CAS)
Untersuchen Sie die Entwicklung der Gesamtpopulation in den nächsten 100 Tagen und interpretieren Sie die weitere Entwicklung.

Erwartete Schülerleistungen

	Anforderungen Der Prüfling …	Anforde-rungs-bereiche
a.	– bestimmt die fehlenden Zahlen und zeichnet den Gozintograph. Spaltensummen sind jeweils gleich eins: x = 0.3, y = 0,6, z = 0  – interpretiert die „Nullen“ – erste Spalte: Von den gesunden Personen wird keiner immun, ohne vorher zu erkranken. – zweite Spalte: Von den erkrankten Personen wird keiner erneut erkranken, da er nach der Erkrankung immun wird. – dritte Spalte: Von den immunen Personen wird weder jemand gefährdet sein, noch erneut erkranken.	I

b.	– berechnet die Anzahl der jeweiligen Personengruppe nach einem und nach 10 Tagen. Algebra 1 Viruserkrankung Lösung Teil 1.dfw #1: $M := \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0.4 & 1 \end{bmatrix}$ #2: $v := \begin{bmatrix} 800 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix}$ #3: $M \cdot v$ #4: $\begin{bmatrix} 560 \\ 300 \\ 140 \end{bmatrix}$ #5: $M^{10} \cdot v$ #6: $\begin{bmatrix} 22.59801991 \\ 53.88683927 \\ 923.5151407 \end{bmatrix}$	I
c.	– beschreibt ohne Rechnung, wie sich die Anzahl der immunen Personen zeitlich ändert. Zu Beginn gibt es 100 immune Personen. Die Anzahl wird monoton steigen, da die immunen Personen in diesem Modell nur Zulauf haben (alle Pfeile im Goziontographen weisen auf (I); keiner davon weg). Im Grenzfall werden 1000 Personen erreicht.	II
d.	– berechnet die stabile Populationsverteilung auf die einzelnen Zustände der Einwohner. Algebra 1 Viruserkrankung Lösung Teil 1.dfw #18: $M \cdot \begin{bmatrix} g \\ e \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \\ e \\ i \end{bmatrix}$ #19: $\text{SOLVE}\left(N \cdot \begin{bmatrix} g \\ e \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \\ e \\ i \end{bmatrix}, [e, g, i], \text{Real} \right)$ #20: $e = 0 \wedge g = 0$ – interpretiert das Ergebnis. In der stabilen Verteilung gibt es keine erkrankten und keine gefährdeten Personen mehr. Alle 1000 Personen werden im Laufe der Zeit immun.	II – III

Hinweis: Für die folgenden Aufgabenstellungen gibt es verschiedene korrekte Modellansätze und daraus resultierende Lösungswege.

Im Folgenden ist nur ein mögliches Modell und der daraus folgende Lösungsweg dargestellt.

<table>
<tr><td></td><td>Anforderungen</td><td rowspan="2">Anforde-
rungs-
bereiche</td></tr>
<tr><td></td><td>Der Prüfling …</td></tr>
<tr><td>e.</td><td>– begründet eine selbstständig entwickelte sinnvolle Verflechtung der fünf Zustände.

Algebra 1 K:\Viruserkrankung Lösung Teil 2.dfw

#1: $M := \begin{bmatrix} 0 & 0.001 & 0.001 & 0.008 & 0 \\ 0.9 & 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0.05 & 0.28 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.05 & 0 & 0.47 & 0.99 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0.03 & 0.01 & 1 \end{bmatrix}$

#2: $v := \begin{bmatrix} 0 \\ 800 \\ 100 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix}$

Die Spalten (von links nach rechts) und die Reihen (von oben nach unten) sind der Reihe nach mit: (Z), (G), (E), (I), (T) bezeichnet.
Der Zuwanderungsfall ist ein Grund dafür, dass die Spaltensumme nicht mehr 1 beträgt. Zuwachs!
In diesem Modell stirbt kein Zuwanderer, allerdings können Zuwanderer bereits erkrankt oder immun sein.
Tote bleiben tot.
Ganz andere Szenarien sind denkbar. So könnte der Todesfall nur auf die Erkrankten bezogen werden. Wenn ein Prüfling es gerne gruselig mag, kann er auch an der „1“ in der Matrix drehen ...</td><td>III</td></tr>
</table>

f.

– berechnet, wie sich die Anzahl der immunen Personen (I) in den nächsten 10 Tagen entwickelt.

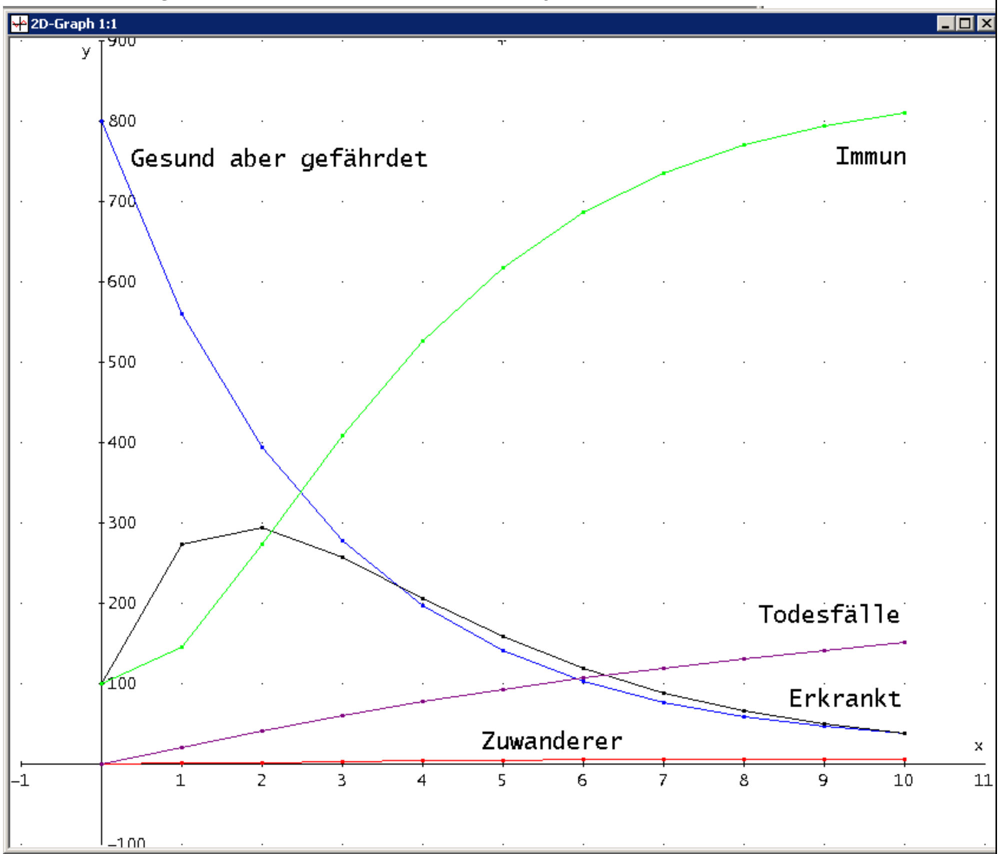
Algebra 1 K:\Viruserkrankung Lösung Teil 2.dfw

#6: $\text{TABLE}\left((M^n \cdot v)_{4,1},\ n,\ 0,\ 10,\ 1\right)$

#7:

0	100
1	146
2	273.405
3	408.897
4	525.8503327
5	617.7880532
6	686.3159144
7	735.6295403
8	770.1835041
9	793.8324704
10	809.6225749

– stellt das Ergebnis in einem Koordinatensystem dar.



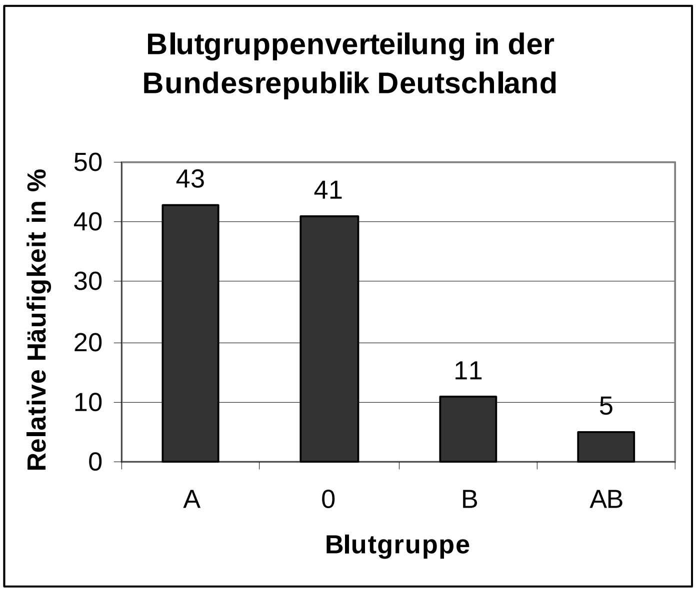
II

g.	– untersucht die Entwicklung der Gesamtpopulation in den nächsten 100 Tagen. Algebra 1 K:\Viruserkrankung Lösung Teil 2.dfw #9: $\text{TABLE}\left((M^n \cdot v)_{1,1} + (M^n \cdot v)_{2,1} + (M^n \cdot v)_{3,1} + (M^n \cdot v)_{4,1}, n, 0, 100, 10\right)$ #10: $\begin{bmatrix} 0 & 1000 \\ 10 & 892.6742192 \\ 20 & 865.3483620 \\ 30 & 841.7266902 \\ 40 & 818.8111065 \\ 50 & 796.5206564 \\ 60 & 774.8370442 \\ 70 & 753.7437236 \\ 80 & 733.2246246 \\ 90 & 713.2641153 \\ 100 & 693.8469891 \end{bmatrix}$ – gibt eine Einschätzung zur weiteren Entwicklung ab. Weitere Untersuchungen zeigen, dass die Bevölkerung in diesem Modell ausstirbt.	II – III

2.2.4 Stochastik (ohne CAS): Blutanalyse

Aufgabenstellung

Das Deutsche Rote Kreuz führt bei einer Blutspende eine Blutanalyse durch, bei der neben den 4 Hauptblutgruppen A, B, AB und 0 auch der Rhesusfaktor des Spenders erfasst wird. Dabei wurde festgestellt, dass in Deutschland die folgende Blutgruppenverteilung vorliegt:



Je nach Blutgruppe finden sich unterschiedliche Anteile von Personen mit positivem Rhesusfaktor:

Person mit bekannter Blutgruppe	A	0	B	AB
Rh-positiv	86 %	85 %	82 %	80 %

a. Beschreiben Sie den gegebenen Sachverhalt mathematisch.

b. Spender mit der Blutgruppe 0 Rh- sind besonders geeignet, da ihr Blut mit allen anderen Blutgruppen verträglich ist. Nennen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein zufällig ausgewähltes Spenderblut verträglich mit jedem Empfänger ist.

c. Im Falle einer Bluttransfusion sollte möglichst Blut derselben Blutgruppe verwendet werden. Eine Patientin weiß, dass sie Sie Blutgruppe B besitzt, sie kennt nur ihren Rhesusfaktor nicht. Beurteilen Sie die Risiken einer Bluttransfusion für diese Patientin.

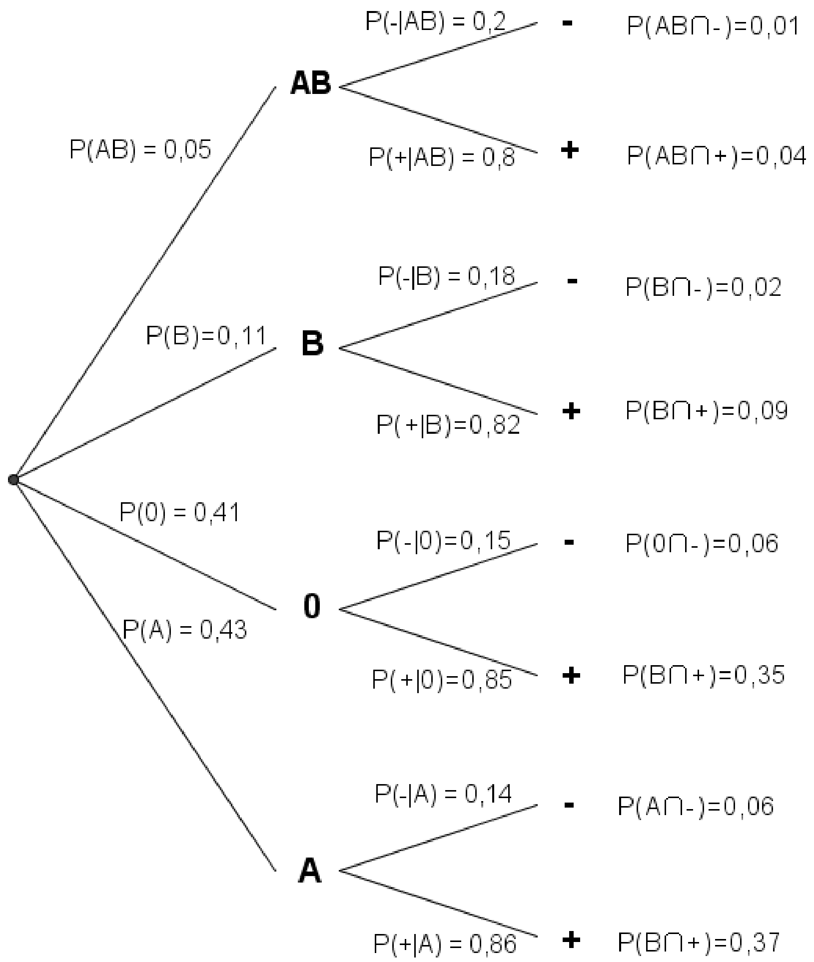
d. In der Schwangerschaft kann es zu Problemen kommen, falls die Mutter Rh-negativ und der Fötus Rh-positiv ist. In diesem Fall kann es sein, dass die Mutter Antikörper gegen den Rhesusfaktor des Kindes besitzt, die zu Behinderungen und sogar zum Tod des Kindes führen. Um dies zu verhindern, wird zu Beginn der Schwangerschaft eine Blutuntersuchung durchgeführt, um eine eventuelle Prophylaxe durchführen zu können. Ermitteln Sie das zugehörige Baumdiagramm und interpretieren Sie dieses im Hinblick auf eventuelle Gesundheitsrisiken für den Fötus.
Gehen Sie dabei in diesem Modell davon aus, dass sowohl Blutgruppe als auch Rhesusfaktor unabhängig sind.

Erwartete Schülerleistungen

	Anforderungen Der Prüfling …	Anforderungsbereiche
a.	– beschreibt den gegebenen Sachverhalt durch Ereignisse und gibt ihre Wahrscheinlichkeiten an: Ereignis A: Person besitzt Blutgruppe A, etc. $P(A)=0{,}43$ $P(0)=0{,}41$ $P(B)=0{,}11$ $P(AB)=0{,}05$ – erkennt, dass es sich in der Tabelle um bedingte Wahrscheinlichkeiten handeln muss und gibt diese an: $P_A(+)=0{,}86$ $P_0(+)=0{,}85$ $P_B(+)=0{,}82$ $P_{AB}(+)=0{,}8$	I – II

<table>
<tr>
<td>b.</td>
<td>

– berechnet die Wahrscheinlichkeit mit Hilfe der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit, eventuell unter Zuhilfenahme des zugehörigen Baumdiagramms.



$P(0 \cap -) = P_0(-) \cdot P(0) = 0{,}15 \cdot 0{,}41 = 0{,}06$

</td>
<td>I – II</td>
</tr>
<tr>
<td>c.</td>
<td>

– erkennt, dass hier zwei Wahrscheinlichkeiten berechnet werden müssen und interpretiert die berechnete oder am Baum abgelesene Wahrscheinlichkeit in Hinblick auf die Risiken:

– Fall 1: Die Patientin besitzt einen positiven Rhesusfaktor, d. h. das Risiko für die falsche Infusion beträgt

$P_B(-) = 0{,}181$

– Fall 2: Die Patientin besitzt einen negativen Rhesusfaktor, d. h. das Risiko für die falsche Infusion beträgt:

$P_B(+) = 0{,}818$

</td>
<td>II – III</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>d.</td>
<td>

– erkennt, dass hier totale Wahrscheinlichkeiten ermittelt werden sollen: $P(-)$ bzw. $P(+)$.

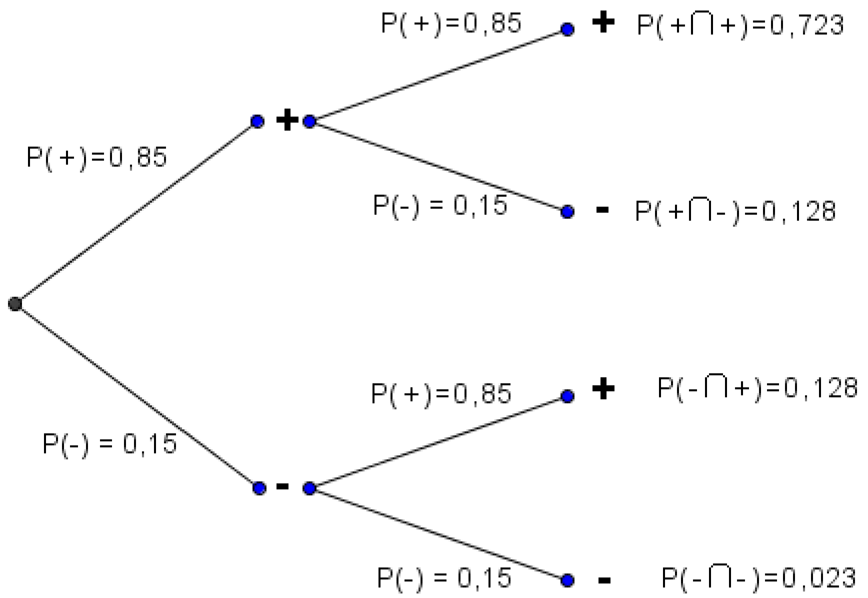
– ermittelt die gesuchten Wahrscheinlichkeiten $P(+)$ und $P(-)$ mit Hilfe des Satzes von der totalen Wahrscheinlichkeit richtig, eventuell unter Zuhilfenahme des zugehörigen Baumdiagramms (s. o.):

$P(+) = 0{,}85$

Für die Gegenwahrscheinlichkeit ergibt sich demnach:

$P(-) = 1 - P(+) = 0{,}15$

Diese Wahrscheinlichkeiten gelten sowohl für die Mutter als auch für den Fötus.



Damit ergibt sich jeweils ein Risiko für den Fötus, falls die Mutter rhesus negativ und der Fötus rhesus positiv ist:

$P(- \cap +) = 0{,}15 \cdot 0{,}85 = 0{,}1275$

– interpretiert das Gesundheitsrisiko mit insgesamt 12,75 % als zu hoch und beurteilt damit die Blutuntersuchung als wichtig und notwendig.

</td>
<td>II – III</td>
</tr>
</table>

3 Fachspezifische Operatoren

Ausgewählte Formulierungen für Arbeitsaufträge sind in der folgenden Tabelle definiert, durch Beispiele dokumentiert und den Anforderungsbereichen (I, II und III) zugeordnet. Die konkrete Zuordnung erfolgt immer im Kontext der Aufgabenstellung, wobei eine eindeutige Trennung der Anforderungsbereiche nicht immer möglich ist. Spätestens in der Qualifikationsphase sollten entsprechende Formulierungen der Arbeitsaufträge in den Klausuren und schriftlichen Übungen verwendet werden, um die Schülerinnen und Schüler auf die Berufsabschlussprüfung vorzubereiten.

Operator	**Anforderungsbereich**	**Erläuterung**	**Beispiel**
analysieren	II – III	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen genauer untersuchen und strukturieren	Analysieren Sie für a = 0,5 die folgende Entscheidung der Produktionsleitung.
angeben, nennen	I – II	Objekte, Sachverhalte, Begriffe, Daten ohne nähere Erläuterungen, Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen aufzählen	Nennen Sie die verwendete Ableitungsregel.
anwenden	I – II	einen bekannten Sachverhalt, eine bekannte Methode auf eine neue Problemstellung beziehen	Wenden Sie das Newtonverfahren zur Bestimmung der Nullstelle an.
aufstellen, bilden	I – II	Daten nutzen, um sie in einem mathematischen Modell darzustellen	Stellen Sie aus den gegebenen Daten eine Matrix auf.
begründen	II – III	Sachverhalte auf Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Zusammenhänge zurückführen – hierbei sind Regeln und mathematische Beziehungen zu nutzen	Begründen Sie, dass die zweite Ableitung als Maß für die Krümmung eines Graphen nicht ausreichend ist.
berechnen	I – II	Ergebnisse von einem Ansatz ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen	Berechnen Sie die Produktionsmenge, bei der der maximale Gewinn erzielt wird.
beschreiben	I – II	Strukturen, Sachverhalte, Verfahren unter Verwendung der Fachsprache angemessen wiedergeben	Beschreiben Sie das Verfahren des Gauß-Algorithmus.

Operator	Anforde-rungs-bereich	Erläuterung	Beispiel
bestätigen	I – II	Aussagen oder Sachverhalte mathematisch verifizieren	Bestätigen Sie, dass die maximale Steigung 1,5 beträgt.
bestimmen, ermitteln	II – III	Zusammenhänge bzw. Lösungswege finden und die Ergebnisse formulieren	Ermitteln Sie die Periodendauer der dargestellten Schwingung und bestimmen Sie die weiteren Parameter der allgemeinen Sinusfunktion, welche diese Schwingung beschreibt.
beurteilen, Stellung nehmen	II – III	zu einem Sachverhalt ein eigenständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren und begründen	Beurteilen Sie die Qualität des vorgeschlagenen Testverfahrens.
bewerten, deuten	I – II	die Ergebnisse einer mathematischen Überlegung rückübersetzen auf das ursprüngliche Problem. Umdeuten in eine andere Sichtweise	Bewerten Sie die Entscheidungsregel aus Sicht des Unternehmens. Deuten Sie das Ergebnis geometrisch.
beweisen, widerlegen, nachweisen	II – III	Beweise im mathematischen Sinne unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen, ggf. unter Verwendung von Gegenbeispielen und Analogien, führen	Beweisen oder widerlegen Sie: Wenn $f'(x_0) = 0$, dann folgt, x_0 ist eine Extremstelle.
definieren	II – III	kontextabhängige, eigenständige Begriffe bzw. Darstellungen festlegen	Definieren Sie zum Sachverhalt eine geeignete Funktion.
dokumentieren, darstellen	I – II	Gedankengang bzw. Herleitung der Problemlösung darlegen	Dokumentieren Sie Ihren Lösungsweg.
entscheiden	II – III	sich bei Alternativen eindeutig und begründet auf eine Möglichkeit festlegen	Entscheiden Sie, ob die Maßtoleranz des Werkstücks eingehalten wird.

Operator	**Anforde-rungs-bereich**	**Erläuterung**	**Beispiel**
entwickeln, entwerfen	II – III	Sachverhalte und Methoden zielgerichtet in einen Zusammenhang bringen, also eine Hypothese, eine Skizze oder ein Modell weiterführen und ausbauen	Entwickeln Sie einen Test zur Überprüfung der folgenden Hypothese.
ergänzen	I – II	eine vorgegebene Rechnung, Grafik oder Tabelle vervollständigen	Ergänzen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle.
erklären	I – II	Sachverhalte mit Hilfe eigener Kenntnisse verständlich und nachvollziehbar machen und in Zusammenhänge einordnen	Erklären Sie den Unterschied zwischen notwendiger und hinreichender Bedingung.
erläutern	I – II	Strukturen und Zusammenhänge erfassen, in Einzelheiten verdeutlichen und durch zusätzliche Informationen verständlich machen	Erläutern Sie Bedeutung eines Wendepunktes im Weg-Zeit-Diagramm.
erstellen	I – II	einen Sachverhalt in übersichtlicher, fachlich angemessener Form ausdrücken	Erstellen Sie eine Wertetabelle für die Funktion f.
herleiten, formulieren	II – III	eine Formel oder einen Zusammenhang aus bekannten Sachverhalten nachvollziehbar entwickeln	Leiten Sie die Formel zur Berechnung des Volumens eines Drehkörpers her. Formulieren Sie für den Kunden auf der Basis eines Hypothesentests eine Entscheidungsregel.
interpretieren	II – III	Zusammenhänge bzw. Ergebnisse begründet auf gegebene Fragestellungen beziehen	Interpretieren Sie das Integral als zu leistende Arbeit.
klassifizieren	II – III	eine Menge von Objekten nach vorgegebenen oder sinnvoll selbstständig zu wählenden Kriterien in Klassen einteilen	Klassifizieren Sie die Graphen der Funktionenschar nach der Anzahl der Nullstellen.

Operator	**Anforde-rungs-bereich**	**Erläuterung**	**Beispiel**
prüfen, überprüfen	II – III	die Gültigkeit einer Aussage, z. B. einer Hypothese oder einer Modellvorstellung, verifizieren, falsifizieren	Prüfen Sie die Aussage des Produktionsleiters.
skizzieren, graphisch darstellen	I – II	wesentliche Eigenschaften von Sachverhalten oder Objekten graphisch darstellen – auch Freihandskizzen möglich	Skizzieren Sie auf der Basis Ihrer Ergebnisse den Verlauf der Wachstumsfunktion.
übertragen	II – III	einen untersuchten Sachverhalt bzw. allgemeingültige Aussagen auf ähnliche Sachverhalte anwenden	Übertragen Sie den Lösungsansatz auf ein dreidimensionales Problem.
untersuchen	I – II	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen bzw. sinnvollen Kriterien bearbeiten	Untersuchen Sie das Verhalten des Funktionsgraphen an den Definitionslücken.
veranschaulichen, verdeutlichen	I – II	einen Sachverhalt mit verbalen oder graphischen Erläuterungen versehen	Veranschaulichen Sie die Wirkung der Verknüpfung dieser beiden Abbildungen.
vereinfachen, umformen	I – II	Terme, Aussagen, Formeln mittels geeigneter Strategien an den jeweiligen Sachverhalt anpassen	Vereinfachen Sie den Ausdruck.
vergleichen	I – II	Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln	Vergleichen Sie die Biegelinien des Werkstücks im Hinblick auf die maximale Durchbiegung.
zeichnen	I – II	hinreichend exakte graphische Darstellungen von Objekten oder Daten anfertigen	Zeichnen Sie die Ebene mit Hilfe der Spurpunkte.
zeigen	II – III	Aussagen oder Sachverhalte unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen bestätigen	Zeigen Sie, dass bei einer ganzrationalen Funktion zwischen zwei Extrempunkten ein Wendepunkt liegen muss.

4 Ergänzende Hinweise

Der Einstieg in den Mathematik-Grundkurs über die Auswertung von realen Datenmengen aus den technischen Fächern (vor allem aus dem profilbildenden Leistungskurs) wurde bewusst gewählt, um den Schülerinnen und Schülern die Rolle der Mathematik als Modellbildner für physikalisch-technische Zusammenhänge aufzuzeigen. Dabei dürfen zwei Aspekte nicht vernachlässigt werden:

– der deduktive Aufbau der Mathematik: Aus Axiomen werden Definitionen und Sätze abgeleitet.

– der korrekte Umgang mit Größen, Einheiten, Gleichungen, Koordinatensystemen, … (vgl. DIN-Taschenbücher 22 und 202). Die Beschriftung von Koordinatensystemen ist in DIN 461 geregelt.

Während der erste Punkt elementar einsichtig ist, wird der zweite Aspekt oft vernachlässigt. Die Schülerinnen und Schüler befinden sich an einem technischen Berufskolleg und dabei z. T. in einer Berufsausbildung. Daher ist auf die gegebene Normung und die einschlägigen Vorschriften explizit zu achten.

Beispiele:

4.1 Der nichtlineare Widerstand einer Glühlampe soll aus Einzelmessungen durch ein Näherungspolynom 3. Grades für die $U = f\,(I)$ – Kennlinie beschrieben werden!

$\frac{I}{\mathrm{A}}$	$\frac{U}{\mathrm{V}}$
0	0
0,1	21
0,2	48
0,4	144

Mittels Tabellenkalkulation oder CAS ergibt sich als Zusammenhang zwischen den Messwerten:

$$U = f(I) = 1000\ \mathrm{V}/\mathrm{A}^3 \cdot I^3 + 200\ \mathrm{V}/\mathrm{A} \cdot I$$

Dieses durch Interpolation entstandene mathematische Modell lässt sich als geschnittene Größengleichung nach DIN 1313 wie folgt schreiben:

$$\frac{U}{\mathrm{V}} = 1000\,\frac{I^3}{\mathrm{A}^3} + 200\,\frac{I}{\mathrm{A}}$$

Mit $y = \frac{U}{\mathrm{V}}$ und $x = \frac{I}{\mathrm{A}}$ ergibt sich dann eine Übertragung in die den Schülerinnen und Schülern vertraute mathematische Welt als:

$$y = 1000x^3 + 200x$$

4.2 Bei einem Zerfallsvorgang beträgt die Halbwertzeit 23,6a. Bestimmen Sie die für diesen Vorgang relevante Zerfallskonstante k in der allgemeinen Zuordnungsvorschrift:

$$m(t) = m_0 \cdot e^{kt},$$

wobei m in g und t in a angegeben wird!

Da *t* in solchen Zuordnungsvorschriften zwangsläufig die physikalische Größe Zeit ist, muss die zu berechnende Zerfallskonstante k die Einheit $\frac{1}{\mathrm{a}}$ haben, da z. B. ein Ausdruck „e^{kt}„ nicht nur nicht berechenbar ist, sondern auch den Normen widerspricht und somit falsch ist.